Principles of Transformer Design

List of Symbols

Φ_m = Main flux, Weber

B_m = Max. flux density, Web./ m^2

δ = Current density, A / m^2

A_{gi} = Gross core area, m^2

Core A_i = Net core area, m^2

copper A_c = Area of copper in the window, m^2 (net Conductor area)

A_w = Window area, m^2

D = Distance between core centers, m^2

d = Diameter of circumscribing circle, m^2

K_w = Window space factor

f = Frequency, H_z

E_t = E.M.F. per turn, V

T_p = Number of turns in primary

T_s = Number of turns in secondary

I_p = Current in primary, A

I_s = Current in secondary, A

V_p = Primary terminal voltage, V

V_s = Secondary terminal voltage, V

a_p = area of conductors of primary, m^2

a_s = Area of conductors of secondary, m^2

Output Equation

(i) Single Phase Transformer

- الجهد المتولد فى ملفات المحول لعدد لفات مقدارها T ومغذى من منبع له تردد f يعطى بالعلاقة

$$E = 4.44f\ \Phi_m T$$

- الجهد لكل لفه يعطى بالعلاقه:

$$Voltage\ per\ turn\ E_t = \frac{E}{T} = 4.44f\ \Phi_m \quad (1)$$

- فتحه الشباك للمحولات ذات الوجه الواحد تحتوى على ملف ابتدائي و أخر ثانوي، لذلك فأن مساحه النحاس في الشباك تعطى بالعلاقه:

$$A_c = T_p a_p + T_s a_s$$

- باعتبار أن كثافة التيار δ لكل من الابتدائي و الثانوي واحده فأن :

$$a_p = \frac{I_p}{\delta}$$

$$a_s = \frac{I_s}{\delta}$$

$$\therefore A_c = T_p.\frac{I_p}{\delta} + T_s.\frac{I_s}{\delta}$$

$$= \frac{1}{\delta}(T_p.I_p + T_s I_s)$$

لاحظ أن : $T_p I_p = T_s I_s = AT$

إذا أهملنا القوه الدافعة المغناطيسية للمغنطة

$$\therefore A_c = \frac{2AT}{\delta} \quad (2)$$

يعرف معامل الشباك (window space factor) بأنه نسبه مساحه النحاس فى الشباك الى المساحه الكليه للشباك و يكون أقل من الواحد الصحيح

Or $K_w = \dfrac{A_c}{A_W}$

$$\therefore A_c = K_w A_w \quad (3)$$

بمساواة (2),(3)

$$\therefore \frac{2AT}{\delta} = K_w A_w$$

$$\therefore AT = \frac{K_w A_w \delta}{2} \quad (4)$$

- القدره لمحولات الوجه الواحد بالكيلو فولت أمبير تعطى بالعلاقه:

$$Q = V_p I_p \times 10^{-3} = E_p I_p \times 10^{-3}$$

(حيث أن V_p يساوى تقريبا E_p)

$$\therefore Q = (E_t T_p) I_p \times 10^{-3}$$

$$= E_t \times AT \times 10^{-3}$$

$$= E_t \times \frac{K_w A_w .\delta}{2} \times 10^{-3}$$

$$= 4.44f\ \Phi_m \times \frac{K_w A_w .\delta}{2} \times 10^{-3}$$

$$= 2.22f\ \Phi_m K_w A_w .\delta \times 10^{-3} \quad (5)$$

ولكن $\Phi_m = B_m A_i$

$$\therefore Q = 2.22 f B_m A_i K_w A_w \delta \times 10^{-3} \quad KVA \quad (6)$$

(ii) 3-Phase Transformer

- في حاله المحولات ثلاثيه الوجه فإن كل فتحه شباك تحتوى اثنان من ملفات الأبتدائى و اثنان من ملفات الثانوى، و مساحه الموصلات الكليه فى كل شباك تعطى بالعلاقه:

$$A_c = 2(a_p T_p + a_s T_s)$$
$$= 2(I_p T_p / \delta + I_s T_s / \delta)$$
$$= \frac{2}{\delta}(I_p T_p + I_s T_s)$$
$$= \frac{4AT}{\delta} \qquad (7)$$

ومساحه الموصلات الكليه أيضا تساوى

$$A_c = K_w A_w$$

i.e. $\frac{4AT}{\delta} = K_w A_w$

$$\text{Or } AT = \frac{K_w A_w \delta}{4} \qquad (8)$$

وقدره المحولات الثلاثيه بالكيلو فولت أمبير تعطى بالعلاقه:

$$Q = 3V_p I_p \times 10^{-3}$$
$$= 3E_p I_p \times 10^{-3}$$
$$= 3E_t T_p I_p \times 10^{-3} = 3E_t \times AT \times 10^{-3}$$
$$= 3 \times (4.44 \Phi_m f) \times \frac{K_w A_w \delta}{4} \times 10^{-3}$$
$$= 3.33 f\, \Phi_m K_w A_w \delta \times 10^{-3} \qquad (9)$$
$$Q = 3.33 f\, (B_m A_i) K_w A_w \delta \times 10^{-3} \qquad (10)$$

Example 1:

Calculate the core and window area required for a 1000 KVA, 6600/400 V, 50 Hz, single-phase core type transformer. Assume a maximum flux density of 1.25 web./m^2 and a current density of 2.5 A/mm^2 , Voltage per turn = 30 V, and window space factor = 0.32

Solution

$A_i, A_w = ?$ $\quad f = 50Hz \quad E_t = 30V$

$Q = 1000KVA \quad B_m = 1.25T \quad K_w = 0.32$

$\frac{V_1}{V_2} = 6600/400V \qquad \delta = 2.5\,A/mm^2$

$$Q = 2.22 f\, B_m \delta K_w A_w A_i \times 10^{-3}$$

$$1000 = 2.22 \times 50 \times 1.25 \times (2.5 \times 10^6) \times 0.32 \times A_w . A_i \times 10^{-3}$$

From which ;

$$A_w A_i = 0.009$$

$$I_p = \frac{1000 \times 10^3}{6600} = 151.5\,A$$

$$T_p = \frac{E_p}{E_t} = \frac{6600}{30} = 220\,turn$$

$$AT = I_p T_p = 151.5 \times 220 = 33333AT$$

$$AT = \frac{K_w A_w \delta}{2}$$

$$\therefore 33333 = \frac{0.32 \times A_w \times (2.5 \times 10^6)}{2}$$

$$\therefore A_w = 0.0833 m^2, \quad A_i = \frac{0.009}{0.0833} = 0.108\, m^2$$

Voltage per turn

القدرة لوجه واحد تعطى بالعلاقة

$$Q = I_p V_p \times 10^{-3}$$

$$= I_p \times (4.44 f\ \Phi_m T_p) \times 10^{-3}$$

$$= 4.44 f\ \Phi_m \times AT \times 10^{-3} \qquad (11)$$

النسبة $(\frac{\Phi_m}{AT})$ ثابتة

Let

$$\frac{\Phi_m}{AT} = r$$

$$\therefore Q = 4.44 \Phi_m f \times \frac{\Phi_m}{r} \times 10^{-3}$$

$$= 4.44 \Phi_m^2 \frac{f}{r} \times 10^{-3}$$

OR $$\Phi_m = \sqrt{\frac{r \times 10^3}{4.44 f}} \sqrt{Q}$$

$$E_t = 4.44 f\ \Phi_m$$

$$= 4.44 f \sqrt{\frac{r \times 10^3}{4.44 f}} \sqrt{Q}$$

$$= \sqrt{4.44 f \times r \times 10^3} \sqrt{Q}$$

$$= K \sqrt{Q} \qquad (12)$$

Where :

$$K = \sqrt{4.44 f \times r \times 10^3} \qquad (13)$$

$$r = (\frac{\Phi_m}{AT})$$

وتعتمد قيمه الثابت K (المعادلة رقم 13) على نوع المحول و استعمالاته و طريقه تركيبه كما هو مبين بالجدول التالي:

Type	K
Single -phase Shell-type	1-1.2
Single - phase core-type	0.75-0.85
3- phase Shell-type	1.3
3-ph.core type (distribution)	0.45
3-ph.core type (power)	0.6-0.7

Example 2

The ratio of flux to full-load m.m.f in a 400 K.V.A, 50 Hz, single -phase core type power transformer is 2.4×10^{-6}. Calculate the net iron area and the window area of the transformer. Maximum flux density in the core is 1.3 Web./m^2 , current density 2.7 A/mm^2 and window space factor =0.26. Also calculate the full load m.m.f.

Solution

$$K = \sqrt{4.44 f\ (\Phi_m / AT) \times 10^3}$$

$$= \sqrt{4.44 \times 50 \times 2.4 \times 10^{-6} \times 10^3}$$

$$= 0.73$$

Voltage per turn $E_t = K \sqrt{Q} = 0.73 \sqrt{400} = 14.6\ V$

$$\therefore Flux\ \Phi_m = \frac{E_t}{4.44 f} = \frac{14.6}{4.44 \times 50} = 0.0658\ Web$$

Net iron area $A_i = \frac{\Phi_m}{B_m} = \frac{0.0658}{1.3} = 0.0506\ m^2\ (ans)$

The output equation for a 1-phase transformer is:

$$Q = 2.22 f\ B_m K_w \delta A_w A_i \times 10^{-3}$$

$$400 = 2.22\times 50\times 1.3\times 0.26\times (2.7\times 10^{6})\times A_w \times 0.0506\times 10^{-3}$$

$$\therefore Window\ \ area\ A_w = 0.078\ \ m^2 \quad (ans)$$

$$\because \frac{\Phi_m}{AT} = 2.4\times 10^{-6}\ (given)$$

$$\therefore Full\ load\ m.m.f\ \ AT = \frac{\Phi_m}{2.4\times 10^{-6}} = \frac{0.0658}{2.4\times 10^{-6}}$$

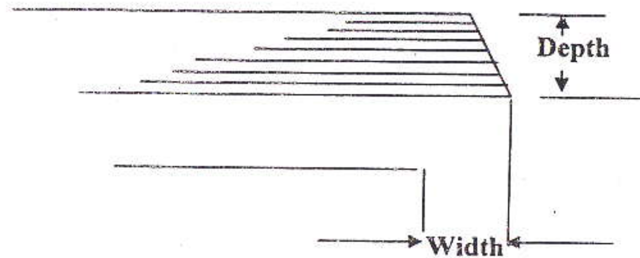
$$= 27500\ AT\ (ans)$$

تصميم القلب (Core Design)

يشكل مقطع القلب للمحولات من نوع أل(Core-type) على أن يكون على شكل مستطيل (Rectangular) أو مربع (Square) أو مدرج (Stepped) بينما يكون مقطع القلب للمحولات من نوع أل (Shell-type) على شكل مستطيل.

أولا: القلب المستطيل (Rectangular Core)

يستخدم القلب المستطيل لمحولات التوزيع من نوع أل (Core-type) وكذا محولات القدرة الصغيرة ذات الجهد المنخفض.



نسبه العمق(depth) الى العرض (width) للقلب تكون فى حدود من 1.4-2 و تكون الملفات أيضا على شكل مستطيل.

أما بالنسبه للمحولات التى من نوع أل (Shell-type) فأن عرض الجزء الوسط (Central limb) يكون فى حدود من 2-3 مره من عمق القلب.

ثانيا: القلب المربع (Square Core)

تستخدم المقاطع المربعه شكل(1) حينما يراد أن تكون الملفات على شكل دائرى لدواعى استخدامها لمحولات التوزيع و القدره ذات الضغط العالى. و تستخدم الملفات الدائريه لما لها من خواص ميكانيكيه أفضل عند حدوث أى قصر.

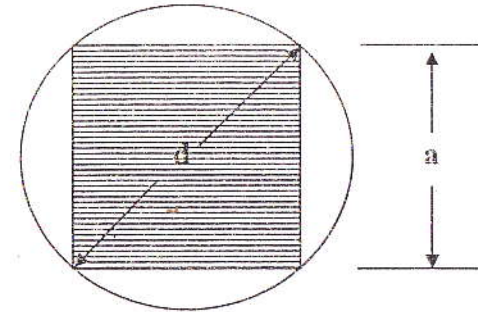
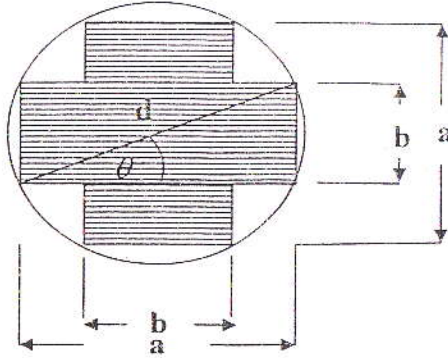


Fig.(1) Square Core

والملفات تكون ملفوفة حول الدائرة المحيطة للقلب المربع. هذه الدائرة تسمى بالدائرة المحددة لمحيط مقطع القلب (Circumscribing Circle) . واضح من شكل (1) أن الفراغات الموجودة بين الدائرة المحيطة و مساحه المقطع الحقيقية تكون كبيره و هذا يعنى زيادة في طول اللفة المتوسطة مما يسبب زيادة المفاقيد النحاسية و كذا تكاليف الموصلات.

ثالثا: القلب المدرج (Stepped Core)

يستخدم القلب ذو المقطع الصليبى الشكل (Circiform) للمحولات الأكبر قدره و ينتج عنه استخدام أفضل للفراغات الموجوده كما هو مبين بشكل (2)



Fig(2) Cruciform Core

وبناء ا عليه فأن قطر الدائرة المحيطة يكون أصغر من حاله المقاطع المربعة لنفس مساحه المقطع مما يسبب تقليل طول اللفة المتوسطة
و بالتالي تقليل تكاليف النحاس و كذا السفاقيد النحاسية. و يجب ان يوضع فى الاعتبار أن المقطع الصليبي الشكل يحتاج إلى بعدين مختلفين للصفائح الحديدية. و فى حاله المخولات الكبيرة القدرة فأنه يضاف عدد أكبر من الدرجات لتقليل الفراغات إلى اقل نسبه ممكنه مما يقلل وزن النحاس المستخدم.
و يجب مراعاة أن هذا الوفر في تكاليف النحاس يقابله زيادة في تكاليف العمالة لقص و تجميع رقائق الصاج ذات الأبعاد المختلفة لذا يجب مقارنه الوفر فى وزن النحاس بالزيادة في تكاليف العمالة عند استخدام مقاسات مختلفه من الشرائح الحديدية لتكوين القلب. و يجب على المصمم ان يقرر عدد الدرجات المستخدمة لتكوين القلب طبقا للاعتبارات المبنية أعلاه.

Square Core Fig (1)

Gross area of core $A_{gi} = a^2 = (0.71d)^2 = 0.5d^2$

Where:

a = side of the square

d = diameter of circumscribing circle

Net iron area A_i = Stacking factor $(K_i) \times$ gross iron area (A_{gi}) =

$0.9 \times 0.5\,d^2 = 0.45\,d^2$

(Taking $K_i = 0.9$)

$$Ratio\ \frac{net\ core\ area}{area\ of\ circumscribing\ circle} = \frac{0.45d^2}{(\frac{\pi}{4}d^2)} = 0.58$$

$$Ratio\ \frac{gross\ core\ area}{area\ of\ circumscribing\ circle} = \frac{0.5d^2}{(\frac{\pi}{4}d^2)} = 0.64$$

Stepped Core Fig(2)

شكل(2) يبين قلب صليبي ذو درجتين- أبعاد الدرجتين لكي تعطى أقصى مساحه قلب بالنسبة لقطر دائرة معينه يمكن حسابها كالأتي:

$A_{gi} = ab + b(a-b) = 2ab - b^2$

But $a = d\cos\theta$

$b = d\sin\theta$

$$\therefore Ag_i = 2d\cos\theta \times d\sin\theta - d^2\sin^2\theta$$
$$= 2d^2\sin\theta\cos\theta - d^2\sin^2\theta$$
$$= d^2\sin 2\theta - d^2\sin^2\theta$$
$$= d^2(\sin 2\theta - \sin^2\theta)$$

وبتفاضل هذه المعادلة بالنسبة الى θ

$$\therefore \frac{dAg_i}{d\theta} = d^2(2\cos 2\theta - 2\sin\theta\cos\theta)$$
$$= d^2(2\cos 2\theta - \sin 2\theta)$$

قيمه الزاويه θ التى تعطى أكبر مساحه يمكن الحصول عليها بمساواه قيمه التفاضل بالصفر كالآتي:

$$d^2(2\cos 2\theta - \sin 2\theta) = 0$$
$$i.e. \sin 2\theta = 2\cos 2\theta$$
$$or \ \tan 2\theta = 2$$
$$\therefore 2\theta = \tan^{-1} 2 = 63.43^\circ$$
$$\therefore \theta = 31.72^\circ$$

tan = sin / cos

وعلى هذا فأن:

$$a = d\cos(31.72) = 0.85d$$
$$b = d\sin(31.72) = 0.53d$$
$$\therefore Ag_i = 2ab - b^2$$
$$= 2 \times 0.85d \times 0.53d - (0.53)^2 d^2$$
$$= 0.62d^2$$
$$A_i = K_i \times Ag_i = 0.9 \times 0.62d^2 = 0.56d^2$$

$$Ratio \ \frac{A_i \ \ net\ core\ area}{area\ of\ circumscribing\ circle} = \frac{0.56d^2}{(\frac{\pi}{4}d^2)} = 0.71$$

$$Ratio \ \frac{Ag_i \ \ gross\ core\ area}{area\ of\ circumscribing\ circle} = \frac{0.62d^2}{(\frac{\pi}{4}d^2)} = 0.79$$

وشكل (3) يبين أبعاد القلب لمقاطع ذات درجات مختلفه

* A_i: net core area.
* Ag_i: gross core area.
* A_c: copper area.

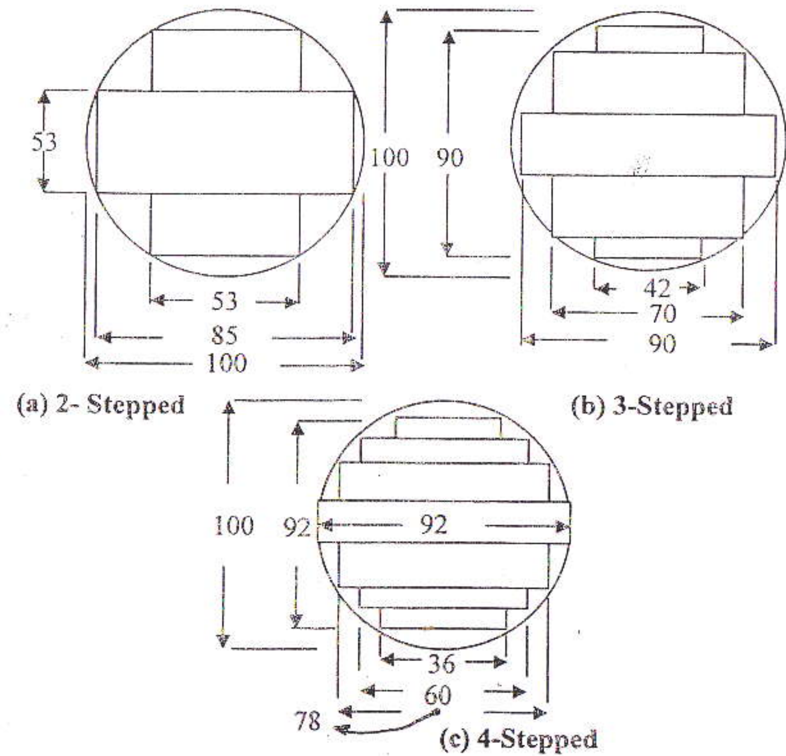


Fig.(3) Cross Section for Stepped Cores

بزيادة عدد درجات القلب فأن مساحه الدائرة يمكن أن تستغل استغلال أفضل ، لذلك يمكن حساب الأبعاد لدرجات مختلفة و اختيار أنسبها من الناحية الأقتصاديه و الجدول يبين هذه النتائج :

	Square	Cruciform	3-Stepped	4-Stepped
$Ag_i / \frac{\pi}{4}d^2$	0.64	0.79	0.84	0.87
$A_i / \frac{\pi}{4}d^2$	0.58	0.71	0.75	0.78
$A_i\ (K_i = 0.9)$	$0.45d^2$	$0.56d^2$	$0.6d^2$	$0.62d^2$

two stepped.

$A_i = K_i * Ag_i$

a/d 0.7 0.85 0.9 0.92

Example (3)

Calculate the K.V.A output of a single phase, core-type transformer from the following data:

$$\frac{H_w}{D} = 2.8 \,, \frac{d}{D} = 0.56 \,, \frac{A_i}{(\frac{\pi}{4}d^2)} = 0.7$$

$\delta = 2.3\, A/mm^2$, $Kw = 0.27$

$f = 50\, Hz$, $B_m = 1.2 web/m^2$

$D = 0.4$

Solution

$Q = 2.22 f\, B_m K_w \delta A_w A_i \times 10^{-3}$

$\because D = 0.4 m$

$\therefore H_w = 2.8 \times 0.4 = 1.12 m$

$d = 0.56 \times 0.4 = 0.224 m$

$W_w = D - d = 0.4 - 0.224 = 0.176 m$

$A_w = H_w \times W_w = 1.12 \times 0.176 = 0.197 m^2$

$\frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} \times (0.224)^2 = 0.0394 m^2$

$A_i = 0.7 \times 0.0394 = 0.0276 m^2$

$\therefore Q = 2.22 \times 50 \times 1.2 \times 0.27 \times (2.3 \times 10^6)$

$\times 0.197 \times 0.0276 \times 10^{-3}$

$= 450\, K.V.A$

Overall Dimensions When dealing with overall dimensions in transformer problems, refer to the following details and diagrams.

a = width of largest stamping,

d = diameter of circumscribing circle,

D = distance between centers of adjacent limbs,

W_w = width of window,

H_w = height of window, = length of limb,

H_Y = height of yoke,

H = overall height of transformer over yokes or overall height of frame,

W = length of yoke = overall length of frame.

We have the following relations for single phase core type transformers (Fig 4)

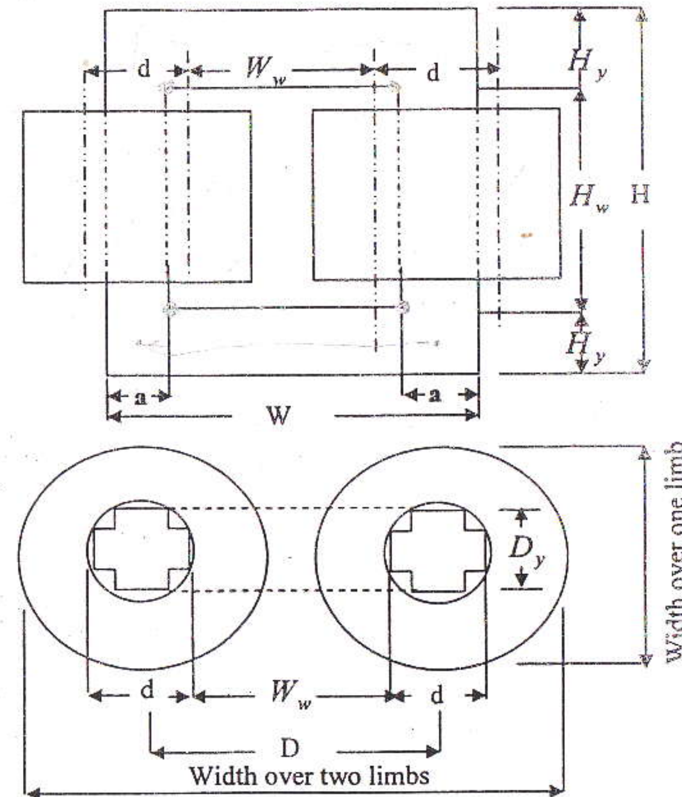


Fig.(4) Single phase core type transformer

Width over two limbs = D+ outer diameter of h.v. winding,
Width over one limb = outer diameter of h.v. winding. We have, for a 3 phase core type transformers (Fig.5)

$D = d + W_w$; $D_Y = a$; $H = H_w + 2H_Y$; $W = 2D + a$

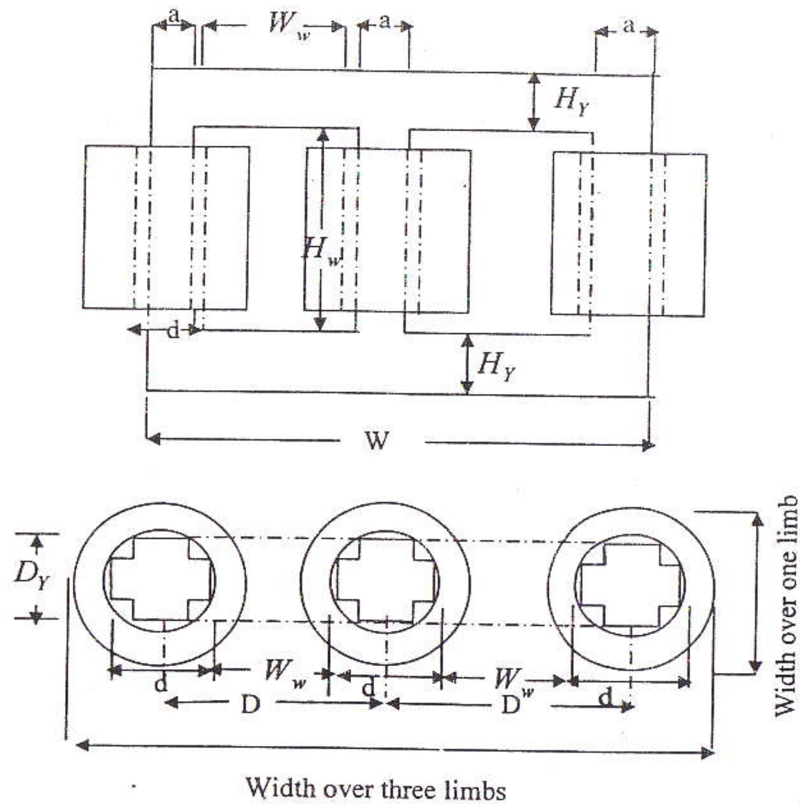
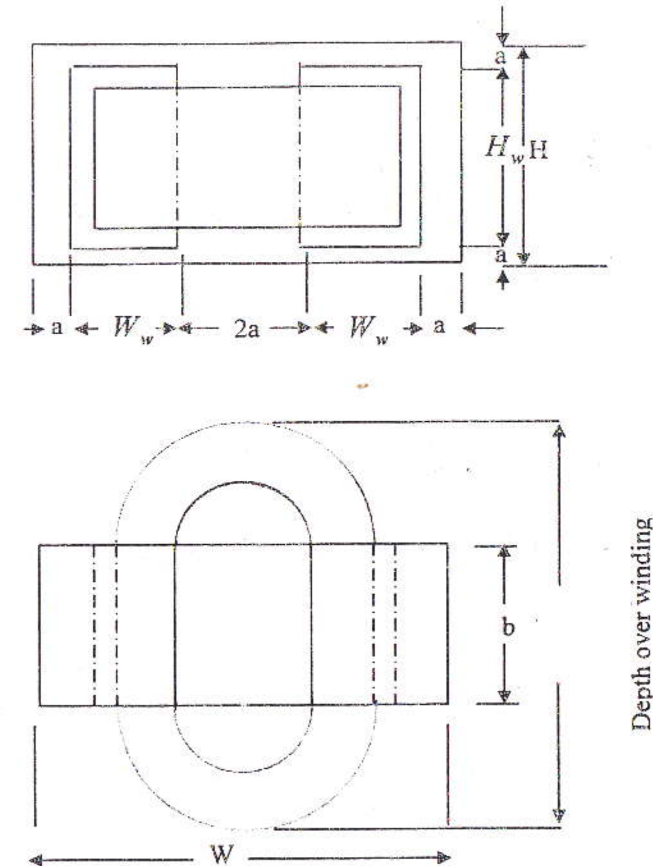


Fig.(5) Three phase core type transformer

Width over 3 limbs = 2D + outer diameter of h.v. winding, Width over one limb = outer diameter of h.v. winding.

For single phase shell type referring to Fig.(6):

$D_Y = b$, $H_Y = a$, $W = 2W_w + 4a$, $H = H_w + 2a$



Fig(6) Single phase shell type transformer

Calculation of Core Area   حساب مساحه القلب

الجهد لكل لفه يمكن حسابه من المعادله:

$$E_t = K\sqrt{Q}$$

وقيمه الثابت K يمكن اختيار ها من الجدول المعطى و بالتالى يمكن حساب قيمه الجهد لكل لفه بمعرفه قدر ه المحول (Q).

يمكن حساب قيمه المجال المغناطيسى (Φ_m) فى القلب بدلاله الجهد لكل لفه و تردد المنبع كالآتي:

$$Flux \quad \Phi_m = \frac{E_t}{4.44 f}$$

بعد ذلك يمكن حساب مساحه القلب و ذلك بفرض قيمه مناسبه لكثافه المجال المغناطيسى (B_m)

i.e. Net core area, $A_i = \frac{\Phi_m}{B_m}$

and Gross core area, $A_{gi} = \frac{A_i}{K_i}$

where K_i is the stacking factor

Choice of Flux Density   اختيار كثافة المجال

يجب مراعاة أن قيمه كثافة المجال فى القلب الحديدى هى التى تحدد مساحه القلب. حينما تختار قيم كبيره لكثافه المجال تكون مساحه القلب صغيره و بالتالى يكون هناك وفر فى تكاليف الحديد. كذلك فان التقليل فى مساحه القلب يقلل من طول اللفه المتوسطه للملفات و يكون هناك و فر فى طول الملفات المستخدمه ووزنها و بالتالى التكاليف الكليه للنحاس المستخدم. و يجب مراعاه أنه فى حاله استخدام قيم عاليه لكثافه المجال فأن الفقد الحديدى فى القلب يكون كبيرا مما يسبب ارتفاع فى درجه حرارة القلب.

$B_m \uparrow, A_i \downarrow, A_{gi} \downarrow, Iron\ cost \downarrow, Iron\ loss \uparrow,$

$mean\ turn \downarrow, Cu.Cost \downarrow, \theta \uparrow$

و تعتمد القيمه المختار ه لكثافه المجال المغناطيسى على حالات استخدام المحول. فمثلا محولات التوزيع(distribution transformers) يجب أن تصمم على أن تعطى كفائه عاليه طوال اليوم، لذا يجب أن تكون كثافه المجال منخفضه لكى تكون المفاقيد الحديديه أقل ما يمكن.

فمثلا القيم المألوفه لأقصى كثافه مجال (B_m)للمحولات المصنعه من الصلب السيليكونى المسحوب على الساخن كالآتى:

(Hot Rolled Silicon Steel)

محولات التوزيع	$1.1-1.35 \quad web/m^2$
محولات القدره	$1.25-1.45 \quad web/m^2$

وتستخدم قيم أقل للمحولات ذات القدر ه الأقل.

أما المحولات المصنوعه من الصلب المسحوب على البارد (Cold Rolled Steel) فأن قيم أقصى كثافه مجال لها تكون كالأتى:

المحولات ذات جهد لغاية 132 K.V فأن	$B_m = 1.55\frac{web}{m^2}$
المحولات ذات جهد لغاية 275 K.V فأن	$B_m = 1.6\frac{web}{m^2}$
المحولات ذات جهد لغاية 400 K.V فأن	$B_m = 1.7\frac{web}{m^2}$

Design of Windings   (تصميم الملفات)

عدد اللفات لكل من الأبتدائى و الثانوى تعطى بالعلاقه:

$$T_p = \frac{V_p}{E_t} \quad , \quad T_s = \frac{V_s}{E_t}$$

وتعين عدد اللفات لملفات الجهد المنخفض أولا باختيار قيمه الجهد لكل لفه (E_t) بشرط أن تعطى عددا صحيحا لكل وجه.

i.e. $T_{l.v} = \frac{V_{l.v}}{E_t}$ = an integer

بعد ذلك يمكن استنتاج عدد اللفات لكل وجه لملفات الجهد العالى كالأتى:

$$T_{hv} = \frac{V_{hv}}{V_{lv}} \times T_{lv}$$

كما تعين تيارات الأبتدائي و الثانوي كالآتي:

$$I_p = \frac{KVA \text{ per phase} \times 10^3}{V_p}$$

$$\text{and } I_s = I_p \frac{V_p}{V_s}$$

وتعين مساحه مقطع ملفات كل من الأبتدائى و الثانوى بعد اختيار قيمه مناسبه لكثافه التيار الذى يمكن استخدامه بهذ الملفات. و تحد كثافه التيار بالملفات بقيمه الارتفاع فى درجه الحراره. و تكون درجه حراره الملفات عاليه اذا اختيرت قيم عاليه لكثافه التيار بالملفات مما ينتج عنه انهيار العوازل. و الاختيار المناسب لكثافه التيار بالملفات يحدد أيضا قيمه المفاقيد النحاسيه و كذا حاله التبريد المناسبه.

و يجب مراعاه ان كثافه التيار تختلف حسب نوع استخدام المحول (محولات توزيع أو محولات قدره)

وكمثال فان كثافه التيار لمحولات التوزيع و كذا محولات القدره الصغيره (ذات التبريد الزيتى الذاتى) لغايه 50 ك.ف.ا تكون فى حدود من 1و1-2.3 امبير/مم2. اما محولات القدره الكبيره ذات التبريد الزيتى الذاتى (self oil cooled) أو الهواء المدفوع (air blast) فان كثافه التيار تكون فى حدود من2.2 الى 3.2 أمبير/مم2. أما اذا كان التبريد عن طريق الزيت المدفوع (forced oil) فان كثافه التيار تكون ما بين 5.4 الى6.2 أمبير/مم2.

Condition of minimum copper loss

حاله اقل مفاقيد نحاسيه

Let:

U_p, U_s = volume of conductors in primary and secondary.

U_t = total volume of conductors = $U_p + U_s$ = constant

I^2R loss in primary = $\rho\delta_p^2 U_p$

I^2R loss in secondary = $\rho\delta_s^2 U_s = \rho\delta_s^2 (U_t - U_p)$

Total I^2R loss, $P_c = \rho[\delta_p^2 U_p + \delta_s^2 (U_t - U_p)]$

For minimum loss $\frac{dP_c}{dU_p} = 0 \quad i.e.\ \rho[\delta_p^2 - \delta_s^2] = 0$

$$OR \quad \delta_p = \delta_s$$

وعلى هذا فان اقل مفاقيد نحاسيه يمكن الحصول عليها حينما تكون كثافه التيار فى كل من الأبتدائى و الثانوي للمحول متساويه.

Window Space Factor (معامل فراغ الشباك)

يعرف معامل فراغ الشباك (K_w) بانه نسبه مساحه النحاس بالشباك الى المساحه الكليه للشباك نفسه و يعتمد هذا المعامل على قيمه العوازل المستخدمه و كذا على نوع النحاس المستخدم من حيث شكل مساحه المقطع (دائريه أو مربعه) و من ثم يعتمد على الجهد المصمم عليه الملفات.

و يمكن استخدام المعادلات العمليه (Empirical equations) الآتية لتحيد قيمه معامل الشباك (K_w):

1- المحولات ذات القدره ما بين 50-200 ك.ف.ا يكون:

$$K_w = \frac{10}{(30 + KV)}$$

حيث أن (KV) هى قيمه الجهد لملفات الضغط العالى بالكيلو فولت.

2- للمحولات ذات القدره فى حدود 1000 ك.ف.ا فان

$$K_w = \frac{12}{(30 + KV)}$$

3- أما المحولات الصغيره فى حدود 20 ك.ف.أ فان

$$K_w = \frac{8}{(30 + KV)}$$

ويجب مراعاه ان (K_w) تكون كبيره للمحولات كبيره القدره و العكس صحيح.

Example 4

Determine the dimensions of a 200 KVA, 50 Hz, single phase core type transformer. A ciruciform core is used with distance

between adjacent limbs equal to 1.6 times the width of core laminations. Assume voltage per turn = 14 V, maximum flux density = 1.1 web./m^2 , window space factor =0.32, and current density = 3 A/ mm^2 . The net iron area is 0.56 d^2 in a cruciform core where d is the diameter of circumscribing circle. Also the width of largest stamping is 0.85 d.

Solution

Voltage per turn $E_t = 4.44 f\, \Phi_m = 4.44 f\, B_m A_i$

$\therefore$ Net area of iron $A_i = \dfrac{14}{4.44 \times 50 \times 1.1} = 0.0573 m^2$

But $A_i = 0.56 d^2$ (given)

$\therefore d = \sqrt{A_i / 0.56} = \sqrt{0.0573/0.56} = 0.32 m$

Width of largest stamping , $a = 0.85 d$ (given)

$= 0.85 \times 0.32 = 0.272 m$

Distance between core centers, $D = 1.6 \times a$ (given)

$\therefore D = 1.6 \times 0.272 = 0.435 m$

Width of window, $W_w = D - d$

$\therefore W_w = 0.435 - 0.32 = 0.115 m$

The output equation for single- phase transformer is

$Q = 2.22 f\, B_m K_w \delta A_w A_i \times 10^{-3}$

$200 = 2.22 \times 50 \times 1.1 \times 0.32 \times (3 \times 10^6) \times A_w \times 0.0573 \times 10^{-3}$ Window area, $A_w = 0.0298 m^2$

Height of window , $H_w = \dfrac{A_w}{W_w} = \dfrac{0.0298}{0.115} = 0.26 m$

Using the same stepped section for yoke as for core

Depth of Yoke, $D_y = a = 0.272 m$

Height of Yoke, $H_y = 0.272 m$

Overall height of frame,

$H = H_w + 2H_y = 0.26 + 2 \times 0.272 = 0.804 m$

Overall length of frame,

$W = D + a = 0.435 + 0.272 = 0.707 m$

Example 5

Calculate approximate dimensions for a 200 K.V.A, 6600/440 V, 50 Hz, 3-phase core type transformer. The following data may be assumed : e.m.f per turn = 10 V, maximum flux density = 1.3 web./m^2, current density = 2.5 A/mm^2 , window space factor = 0.3, overall height = overall width. Use a 3- stepped core.
[For a 3-stepped core: Width of largest stamping = 0.9d, and Net iron area = 0.6 d^2 where d is the diameter of circumscribing circle.]

Solution

Net iron area $A_i = \dfrac{E_t}{4.44 f\, B_m} = \dfrac{10}{4.44 \times 50 \times 1.3} = 0.0347 m^2$

But $A_i = 0.6 d^2$ (given)

Diameter of circumscribing circle $d = \sqrt{A_i / 0.6}$

$\therefore d = \sqrt{0.0347/0.6} = 0.24 m$

Width of largest stamping , $a = 0.9 d$ (given)

$\therefore a = 0.9 \times 0.24 = 0.216 m$

Using a 3-stepped section for the Yoke

Height of Yoke $H_y = a = 0.216 m$

Depth of Yoke $D_y = a = 0.216 m$

The output equation for a 3-phase transformer is :

$Q = 3.33 f\, B_m K_w \delta A_w A_i \times 10^{-3}$

$200 = 3.33 \times 50 \times 1.3 \times 0.3 \times (2.5 \times 10^6) \times A_w \times 0.0347 \times 10^{-3}$

$\therefore$ window area $A_w = 0.0355 m^2$

OR $H_w \times W_w = 0.0355 m^2$

The given condition is, overall height =overall width
OR $H = W$

$H = H_w + 2H_y = H_w + 2\times0.216 = H_w + 0.432$

$W = 2D + a = 2(W_w + d) + a = 2W_w + 2\times0.24 + 0.216$

$W = 2W_w + 0.696$

As $H = W$

$\therefore H_w + 0.432 = 2W_w + 0.696$

OR $H_w = 2W_w + 0.264$

As $H_w \times W_w = 0.0355$

$\therefore (2W_w + 0.264)\times W_w = 0.0355$

OR $2W_w^2 + 0.264W_w - 0.0355 = 0$

$\therefore$ Width of window $W_w = 0.083\,m$

And height of window $H_w = (\frac{0.0355}{0.083}) = 0.428\,m$

Thus the dimensions of core are:

Distance between adjacent core center $D = W_w + d$

OR $D = 0.083 + 0.24 = 0.323\,m$

Overall height $H = H_w + 2H_y = 0.428 + 2\times0.216$

OR $H = 0.86\,m$

Overall width $W = 2D + a = 2\times0.323 + 0.216$

OR $W = 0.862\,m$

Example 6

Determine the main dimensions of the core, the number of turns and the cross-section of the conductors for a 5 K.V.A, 11000/400 V, 50 Hz, single phase core type distribution transformer. The net conductor area in the window is 0.6 times the net cross-section of iron in the core. Assume a square cross-section for the core, a maximum flux density = 1 web./m^2, a current density = 1.4 A/mm^2, staking factor = 0.9, and a window space factor = 0.2. The height of window is 3 times its width.

Solution

Given that:

Net conductor area $(A_c) = 0.6 \times$ *net iron area*

OR $K_w A_w = 0.6 A_i$

From the above equation:

$\therefore$ Window area $A_w = 0.6\frac{A_i}{K_w} = \frac{0.6}{0.2}A_i = 3A_i$

The output equation of a 1-phase transformer is:

$Q = 2.22 f\ B_m K_w \delta A_w A_i \times 10^{-3}$

$\therefore 5 = 2.22\times50\times1\times0.2\times(1.4\times10^6)\times(3A_i)\times A_i\times10^{-3}$

OR Net iron area $A_i = 0.00732\,m^2$

And Gross iron area $A_{gi} = 0.00732/0.9 = 0.00814\,m^2$

For square cross section $\because A_{gi} = 0.5d^2$

$\therefore d = \sqrt{\frac{A_{gi}}{0.5}} = \sqrt{\frac{0.00814}{0.5}} = 0.13\,m$

Using square cross-section for the core

$\therefore$ Width of core $a = \sqrt{A_{gi}} = \sqrt{0.00814} \simeq 0.09\,m$

And Window area: $A_w = 3A_i = 3\times0.00732 = 0.02196\,m^2$

$\because$ Height of window $H_w = 3W_w$

$\therefore A_w = 0.02196 = H_w \times W_w = 3W_w \times W_w = 3W_w^2$

$\therefore$ Width of window $W_w = 0.086\,m$

And Height of window $H_w = 3\times0.086 = 0.257\,m$

The yoke has the same gross area as the core

$\therefore$ Gross area of yoke $A_y = 0.00814\,m^2$

Depth of yoke $D_y = a = 0.09\,m$

$\therefore$ Height of Yoke $H_y = \dfrac{A_y}{D_y} = \dfrac{0.00814}{0.09} = 0.09\ m$

Flux $\Phi_m = B_m \times A_i = 1 \times 0.00732 = 0.00732\,web$

$E_t = 4.44 f\, \Phi_m = 4.44 \times 50 \times 0.00732 = 1.625 V$

Note: The turns of low voltage should be calculated first and that of high voltage afterwards by using the voltage ratio.

$T_s = \dfrac{V_s}{E_t} = \dfrac{400}{1.625} = 246$

and $T_p = \dfrac{V_p}{V_s} \times T_s = \dfrac{11000}{400} \times 246 = 6765$

Primary current $I_p = \dfrac{5000}{11000} = 0.455\ A$

Area of primary conductors $a_p = \dfrac{I_p}{\delta} = \dfrac{0.455}{1.4}$

OR $a_p = 0.325\ mm^2$

Using circular conductors:

$\therefore$ Diameter of primary conductors =

$\sqrt{\dfrac{4a_p}{\pi}} = \sqrt{\dfrac{4 \times 0.325}{\pi}} = 0.643\ mm$

Secondary current $I_s = \dfrac{5000}{400} = 12.5\ A$

Area of secondary con. $a_s = \dfrac{I_s}{\delta} = \dfrac{12.5}{1.4} = 8.93\ mm^2$

If circular conductors are used:

$\therefore$ Diameter of secondary conductors =

$\sqrt{\dfrac{4a_s}{\pi}} = \sqrt{\dfrac{4 \times 8.93}{\pi}} = 3.37\ mm$

Or square cross-section of secondary conductors can be used with dimensions of $3 \times 3\ mm\ app.$

Overall dimensions of core are:

Distance bet. Core centers $D = W_w + a$

$or\ D = 0.086 + 0.09 = 0.176\ m$

Length of frame $W = D + a = 0.176 + 0.09 = 0.266\ m$

Height of frame $H = H_w + 2H_y = 0.257 + 2 \times 0.09 = 0.437\ m$

Example 7

Calculate the main dimensions and winding details of a 100 K.V.A , 2000/400 V, 50 Hz, single-phase shell type, oil immersed, self cooled transformer having the following data:

- Voltage per turn = 10 V
- Maximum flux density in core = 1.1 web./m^2.
- Current density = 2 A/mm^2.
- Window space factor = 0.33
- Ratio of window height to window width = 3
- Ratio of core depth to width of central limb = 2.5.
- Staking factor = 0.9.

Solution

Net iron area $A_i = \dfrac{E_t}{4.44 f\, B_m} = \dfrac{10}{4.44 \times 50 \times 1.1} = 0.041\ m^2$

Gross iron area $A_{gi} = \dfrac{A_i}{K_i} = \dfrac{0.041}{0.9} = 0.0455\ m^2$

For Shell type: $\dfrac{b}{2a} = 2.5\ (given)$, $A_{gi} = (2a) \times b$

$\therefore 2.5(2a)^2 = 0.0455$

$\therefore$ Width of central limb(2a) = 0.135 m

And core depth (b) $= 2.5 \times (2a) = 2.5 \times 0.135 = 0.3375\ m$

The yoke carries half of the flux in the central limb.

Assuming the same flux density in the core as in the limb, the area of yoke is equal the area of central limb.

$\therefore$ Width of side limb $a = \dfrac{0.135}{2} = 0.0675\ m$

The output equation of 1-ph. transformer is:

$Q = 2.22 f\ B_m K_w \delta A_i A_w \times 10^{-3}$

$100 = 2.22 \times 50 \times 1.1 \times 0.33 \times (2 \times 10^6) \times 0.041 \times A_w \times 10^{-3}$

$\therefore A_w = 0.0303\ m^2$

We have $A_w = H_w \times W_w$

And $\dfrac{H_w}{W_w} = 3$

$3W_w^2 = 0.0303$

Or $\therefore W_w = 0.1\ m$

$and\ H_w = 3W_w = 3 \times 0.1 = 0.3\ m$

Overall height of frame

$H = H_w + 2H_y = 0.3 + 2 \times 0.0674 = 0.435\ m$

Overall length of frame

$W = 2W_w + 4a = 2 \times 0.1 + 4 \times 0.0674 = 0.47 m$

Overall depth of frame $b = 0.3375 m$

Windings

$T_p = 2000/10 = 200$ turns

$T_s = 400/10 = 40$ turns

$I_p = 100 \times 10^3 / 2000 = 50 A$

$a_p = 50/2 = 25\ mm^2$, $I_s = 100 \times 10^3 / 400 = 250\ A$

$a_s = 250/2 = 125\ mm^2$

❶ A 3-phase, 50 Hz, oil cooled core type transformer has the following dimensions:

- Distance between core centers = 0.2 m
- Height of window = 0.24 m
- Diameter of circumscribing circle = 0.14 m
- Maximum flux density in the core = 1.25 web./m^2
- Current density in the conductors = 2.5 A/mm^2.
- Window space factor = 0.2.
- Core area factor = 0.56

Estimate the K.V.A rating if the core is 2-stepped.

❷ Determine the dimensions for core and yoke for a 5 KVA, 50 Hz, single phase core type transformer. A rectangular core is used with long side twice that of short side. The window height is 3 times the width. Voltage per turn is 1.8 V, space factor = 0.2, current density = 1.8 A/mm^2, maximum flux density in the core = 1 web./m^2 and staking factor is 0.9.

❸ Estimate the main dimensions, the number of turns and cross-sectional area of conductors in the primary and secondary windings of a 3-phase delta/star core type transformer rated at 300 KVA, 6600/440 V,50 Hz.

A suitable core with three steps having a circumscribing circle of 0.25 diameter and a leg spacing of 0.4 m is available. The e.m.f. per turn is 8.5 V. Assume a current density of 2.5 A/mm^2, window space factor of 0.28, and a staking factor of 0.9.

❹ Determine the dimension of the core, the number of turns and the cross-sectional area of conductors in the primary and

secondary windings of a 100 KVA, 2200/480 V single-phase core type transformer to operate at a frequency of 50 Hz, assuming the following data:

- Approximate voltage per turn = 7.5 V
- Maximum flux density in the core = 1.2 web./m^2
- Ratio of effective cross- sectional area of core to square of diameter of circumscribing circle = 0.6
- Ratio of height to width of window = 2
- Window space factor = 0.28
- Current density = 2.5 A/mm^2

Calculate the dimensions of the core, the number of turns and cross-sections of conductors for a 100 KVA, 2300/400 V, 50Hz, single-phase shell-type transformer, assuming: ratio of magnetic and electric loadings (i.e. flux and secondary m.m.f at full - load) = 48×10^{-7}, maximum flux density = 1.1 web./m^2, current density = 2.2 A/mm^2, window space factor = 0.3, ratio of depth of staked core to width of central limb = 2.6, ratio of height to width of window = 2.5, and staking factor = 0.9